



二项式系数展开图

在宋朝,很多有知识的人都会在外面开办私学,相对于官府开的官学,私学就是今天的补习班。

对于数学来讲,官方的重视程度不够高,学生的数量远远不及学习经史子集的人多,所以只能在私学中学习。但就是这些宋朝的补习班,靠着师徒之间的传承和发展,把对《九章算术》的研究推广到一个新的高度。

贾宪就是其中一员。

贾宪是北宋时期著名的数学家,他在研究《九章算术》的时候,发现了这样一个问题:今有积一百八十六万八百六十七尺,问立方几何?在这里,尺实际上是立方尺的意思,问题实际上在问,体积是一百八十六万八百六十七立方尺的正方体,边长是多少?如果知道了边长,求体积很容易,只需要边长的三次方就可以,但对一个数开根号,就不是一件简单的事情了。于是贾宪采用了 $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ 这样的公式,把数字进行拆分,最后得到了结果。

那么,如何对于一个数开更高次方呢?为此,贾宪找到了两项乘方公式的展开式的一般特点,形成了我们看到了二项式定理。

我们观察一下这些式子:

$$(a+b)^1 = a+b$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

在等式的左侧,有 a 和 b 两项,所以左侧被称为二项式。

在1050年左右,贾宪完成了对《九章算术》的研究,撰写了《黄帝九章算经细草》,不过原书已经失传。

好在南宋的数学家杨辉早就在自己的书中引入了此书大量的内容,我们才能看到贾宪的研究成果。

为了纪念贾宪的开创性工作和杨辉对成果的抢救性保留,于是这种规律被称为贾宪-杨辉三角。

杨辉不仅是一位数学家,也是当时台州地区的地方官员。和贾宪相比,杨辉不仅能找到更多的数学资源,动用更多的人力来进行数学研究,更重要的是,他可以把自己的研究成果很好地保留下来。除了大量如实引入贾宪的成果,杨辉《九章算术》研究的深度和广度也是值得称赞的,更重要的是,他对速算的贡献。

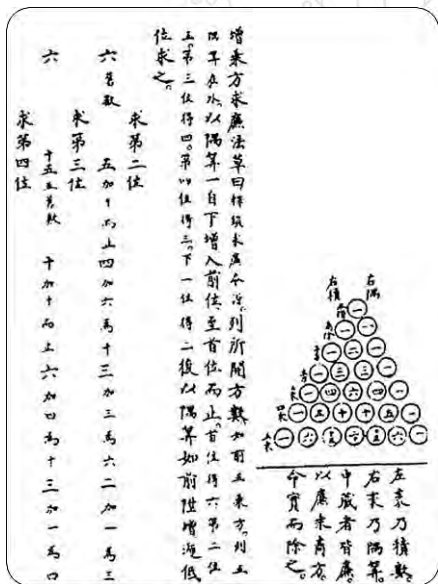
在南宋,由于江南地区的农业和经济空前发达,对计算的要求也越来越高。杨辉在研究工作的同时,发明了很多速算的方法,比如 179×21 变成 $(180-1) \times (20+1)$ 进行计算。甚至为了让学生能更好地掌握速算,他还撰写了《习算纲目》——中国最早的习题集。

1427年,阿拉伯数学家阿尔·卡西在《算术的钥匙》一书中才有关于贾宪-杨辉三角的记载。而1527年之后,德国和法国的数学家才陆陆续续地发现了这个规律。

在西方,法国数学家帕斯卡所著的《论算术三角形》流传广泛,因此,贾宪-杨辉三角才被世人熟知,因而这个规律也被称为帕斯卡三角。

在中世纪,统治欧洲的古罗马帝国并不重视数学的研究,一度导致了数学发展停滞不前,中国数学家们才有机会捷足先登,抢先发现了诸如贾宪-杨辉三角这样的规律。

试想一下,如果古罗马的数学能延续古希腊数学发展的速度,中国的数学家就不会有这样的机会。因此,我们在看待数学发展历史时,不能仅仅因为中国领先多少年而感到骄傲自满,应该客观冷静地结合历史进行分析,明确自己的位置。



《永乐大典》中的一页,杨辉引用贾宪《释锁算书》中的贾宪三角形