



10

墓志铭上的难题

代数学的开创

自毕达哥拉斯之后,很多古希腊的数学家认为,只有经过类似于几何证明的论证方式才是正确的,才是天衣无缝的,所以他们不屑去研究数字的特点和计算方法,对于未知数也兴趣寥寥。

当这些古希腊的数学家们都在地上画图研究几何的时候,在亚历山大后期,出现了一位数学家——丢番图。和其他数学家不同,丢番图没有从众选择几何作为研究的重点,他把更多的精力放在了计算和数论上,最终被奉为代数学创始人之一。

由于丢番图的研究工作实在太不合群了,所以在历史纪录中,关于他的生平纪录非常少。只是在 500 年左右的《希腊诗文选》中,有 46 首和代数有关的诗歌,这些诗歌肯定了丢番图对代数学开创和发展的重要作用。另外,丢番图所著的《算术》也是代表着古希腊数论和代数最高水平的一本名著,这本一共十三卷的数学典籍仅仅在 15 世纪发现了希腊文版本的六卷,1973 年在伊朗发现了另外四卷的阿拉伯文,剩下的三卷已经失传。

在丢番图的墓碑上,我们可以看到这位数学家的执着和幽默,墓志铭写道:

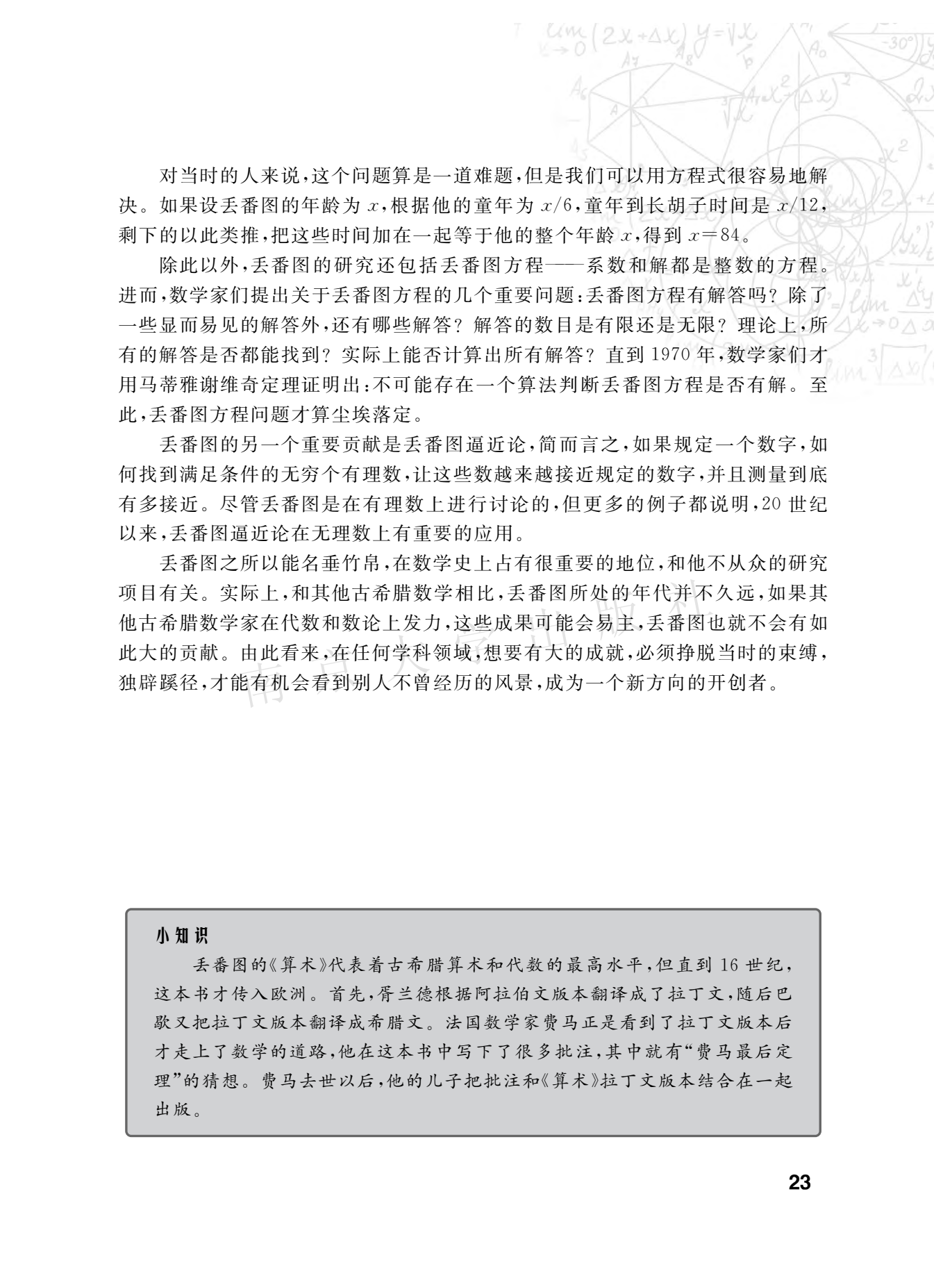
路过的人请看一看,这坟中安葬着丢番图,下面忠实地记录了他所经历的道路,请你算算丢番图活了多少年。

他度过了占有生命六分之一的童年,又经过了十二分之一的生命,他开始长胡子,再过了七分之一,他结了婚。

五年后他的儿子出生了,可怜这个儿子,仅活到父亲年龄的一半就去世了。

丢番图很悲伤,只能通过研究数论来忘记,又过了四年,丢番图也走完了人生旅途。

他终于告别了数学。



对当时的人来说,这个问题算是一道难题,但是我们可以用方程式很容易地解决。如果设丢番图的年龄为 x , 根据他的童年为 $x/6$, 童年到长胡子时间是 $x/12$, 剩下的以此类推, 把这些时间加在一起等于他的整个年龄 x , 得到 $x=84$ 。

除此以外, 丢番图的研究还包括丢番图方程——系数和解都是整数的方程。进而, 数学家们提出关于丢番图方程的几个重要问题: 丢番图方程有解答吗? 除了一些显而易见的解答外, 还有哪些解答? 解答的数目是有限还是无限? 理论上, 所有的解答是否都能找到? 实际上能否计算出所有解答? 直到 1970 年, 数学家们才用马蒂雅谢维奇定理证明出: 不可能存在一个算法判断丢番图方程是否有解。至此, 丢番图方程问题才算尘埃落定。

丢番图的另一个重要贡献是丢番图逼近论, 简而言之, 如果规定一个数字, 如何找到满足条件的无穷个有理数, 让这些数越来越接近规定的数字, 并且测量到底有多接近。尽管丢番图是在有理数上进行讨论的, 但更多的例子都说明, 20 世纪以来, 丢番图逼近论在无理数上有重要的应用。

丢番图之所以能名垂竹帛, 在数学史上占有很重要的地位, 和他不从众的研究项目有关。实际上, 和其他古希腊数学相比, 丢番图所处的年代并不久远, 如果其他古希腊数学家在代数和数论上发力, 这些成果可能会易主, 丢番图也就不会有如此大的贡献。由此看来, 在任何学科领域, 想要有大的成就, 必须挣脱当时的束缚, 独辟蹊径, 才能有机会看到别人不曾经历的风光, 成为一个新方向的开创者。

小知识

丢番图的《算术》代表着古希腊算术和代数的最高水平, 但直到 16 世纪, 这本书才传入欧洲。首先, 胥兰德根据阿拉伯文版本翻译成了拉丁文, 随后巴歇又把拉丁文版本翻译成希腊文。法国数学家费马正是看到了拉丁文版本后才走上了数学的道路, 他在这本书中写下了很多批注, 其中就有“费马最后定理”的猜想。费马去世以后, 他的儿子把批注和《算术》拉丁文版本结合在一起出版。