



7

数学与宗教的结合

印度数学的《绳法经》

公元前 3000 年,印度土著人达罗毗荼人居住在印度河流域的哈拉帕等城市。根据历史记载,达罗毗荼人创造了“哈拉帕文化”,他们有很高的数学水平,但公元前 2000 年,雅利安人入侵印度,这些文化也就消失了。至今,考古学家还无法破译哈拉帕文化遗址中的符号。因此,说起印度数学,数学史家都会从公元前 300 多年的孔雀王朝开始算起。

印度数学最显著的特点是它与宗教相结合。在古代印度,婆罗门教——也就是今天的印度教开始兴起,一本叫作《仪轨经》的著作成为当时印度家庭必备的经书。

《仪轨经》是六支吠陀支之一,用梵语写成,所谓吠陀,是知识和光明的意思。其中包括《随闻经》——祭祀的方法;《家宅经》——家庭祭祀和日常行为守则,包括出生礼、葬礼、婚礼和取名等方法;《法经》——人们应该遵守的法律以及最让数学家感兴趣的《绳法经》——关于神庙和祭坛的建造方法。

《绳法经》如果按照意译,即为“结绳的规则”。它成书的具体时间已不可考证,但一般认为在公元前 8 世纪到 2 世纪间陆续完成,早于印度知名的史诗《摩诃婆罗多》和《罗摩衍那》。关于建筑的方法,书中进行了严格的规定,比如祭坛的形状可以是正方形、圆形或者半圆形,但不管是哪种形状,面积一定要相等,这就要求印度人要能做出和正方形等面积的圆或者两倍于正方形面积的圆,取一半就得到了与正方形面积相等的半圆,他们由此提出了很多几何和代数的问题,并且给出了有趣的演算法。更为有趣的是,《绳法经》中有很多算法,至今无法确定他们是怎么得到的。比如圆周率 π 他们有的采用这样的算法:

$$\pi = \left(1 - \frac{1}{8} + \frac{1}{8 \cdot 29} - \frac{1}{8 \cdot 29 \cdot 6} + \frac{1}{8 \cdot 29 \cdot 6 \cdot 8}\right)^2 = 3.0883$$

有的采用 $\pi = 3.004$ 和 $\pi = 4\left(\frac{8}{9}\right)^2 = 3.16049$ 进行计算。另外,对于 $\sqrt{2}$,书中的算

法是

$$\sqrt{2}=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3\cdot 4}-\frac{1}{3\cdot 4\cdot 34}=1.414\ 215\ 686$$

虽然这些数据和圆周率的真实数值相比并不是太准确,但数学史家对这些数据的来源非常感兴趣——计算 π 时使用的6、8、9和29都是怎么来的?印度人为什么和古埃及人一样,用分子为1的分数通过加减得到圆周率 π ?有的数学家认为这些数字是婆罗门教中很神秘的数字,只有这些数字组合的代数式才能运算 π 和 $\sqrt{2}$ 等无理数的近似值,而和古埃及算法相同,则很有可能是因为文化的交流——商人把埃及的演算法从非洲带入阿拉伯地区,再传给印度。

在《绳法经》之后,印度人受到了更多的外族侵扰,匈奴人、蒙古人等先后入侵、占领,又受到印度人的反抗。印度数学就在这种命运多舛的环境中寻找着和平时期的,断断续续地发展着。在印度数学史上,恰好生在战争的缝隙中的数学家们前仆后继,推动着印度数学的发展,其中阿耶波多(476年—约550年)、婆罗摩笈多(598年—665年)、马哈维拉(9世纪)和婆什迦罗(1114年—约1185年)是其中最杰出的代表。

他们发展和改进了古希腊的三角学,制定了印度的正弦表,对二元一次方程组采用了辗转相除法(欧洲称为“欧几里得算法”)进行求解,对于二次方程,则发展出了求根公式。到了婆什迦罗时期,印度数学家已经能熟练使用现在三角函数中的公式,并且能认识和广泛使用带根号的无理数了。

综观印度的数学史,古印度数学家令人唏嘘不已。他们是幸运的,可以学习到其他国家的数学成果并加以发展;他们又是不幸的,多次战争让他们的数学无法得到系统性的全面发展,仅仅在几个数学分支上出现了亮点。

但不可否认的是,印度人和中国人一样,有着高超的数学天赋,在美国华尔街利用数学进行金融分析的金融工程师们,在洛杉矶“硅谷”利用数学研发各种IT产品的计算机科学家们,很多都来自印度和中国。也许有人会为欧美人建立的数学系统和标准感到羡慕,但谁又能预料代表东方数学的印度和中国不会在未来异军突起,在数学领域有着更大的贡献呢?

小知识

和毕达哥拉斯学派相同,印度人认为整数是最和谐的数字,为了表示圆和正方形中含有的数字,他们习惯用整数和分数来代替这些无理数。

有数学家认为,印度人关于 π 和 $\sqrt{2}$ 的表示应该和古希腊三大几何作图问题之一——化圆为方有关。